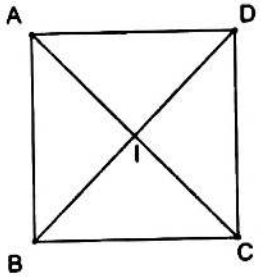
EX 18 :



1) a) on a : $f(\{A,B,C,D\})=\{A,B,C,D\}$
Le point I est équidistant de A,B,C et D $\Rightarrow f(I)$ est équidistant de A,B,C et D $\Rightarrow f(I)=I$

b) f fixe le point I d'où f est soit l'identité, soit une rotation de centre I d'angle non nul, soit une symétrie orthogonale d'axe passant par I.

2)

- $f(A)=A$ et $f(I)=I$

Comme f n'est pas une symétrie orthogonale alors $f=id_p$

- $f(A)=B$ donc $f\neq id$

Par suite f est une rotation de centre I d'angle $\theta\equiv(\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}})(2\pi)$

$$\theta\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$$

- $f(A)=C$ donc $f\neq id$

$\Rightarrow f$ est une rotation de centre I d'angle $\theta\equiv(\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IC}})(2\pi)$ donc $\theta\equiv\pi[2\pi]$

D'où $f=S_I$

- $f(A)=D$ donc $f\neq id$

$\Rightarrow f$ est une rotation de centre I d'angle $(\widehat{\overrightarrow{IA},\overrightarrow{ID}})=\frac{-\pi}{2}(2\pi)$

3) f : symétrie orthogonale.

- $f(A)=A$ et $f(I)=I$

$\Rightarrow f=S_{(AI)}$

- $f(A)=B$ d'où $f=S_{\Delta_2}$ avec $\Delta_2=\text{mod}[AB]=\text{mod}[CD]$
- $f(A)=C$

$f=S_\Delta$ avec $\Delta=\text{mod}[AC]$

$f=S_{(IB)}$

- $f(A)=D\Rightarrow f=S_{\Delta_1}$ avec $\Delta_1=\text{mod}[AD]=\text{mod}[BC]$

4) l'ensemble des isométries qui laissent globalement invariant le carré ABCD sont :

$$\left\{id_p;\ r_{(I,\frac{\pi}{2})};\ r_{(I,\frac{-\pi}{2})};\ S_I;\ S_{(IA)};\ S_{(IB)};\ S_{\Delta_1};\ S_{\Delta_2}\right\}$$

Qarray.tn Aqra Blech- Qarray.tn